12 1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|x|$.

a. Montrer que f admet au moins une primitive sur $\mathbb{R}$.

b. Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 0 en 4.

2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=|x|+|x-1|$.

a. Montrer que g admet au moins une primitive sur $\mathbb{R}$.

b. Déterminer une primitive G de g sur $\mathbb{R}$.

13 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sin^3(x)+\sin^5(x)$.

Déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

14 Un mobile sur un axe subit une accélération $a(t)$ dépendant du temps t (en secondes) tel que $a(t)=1-\frac{1}{(t+1)^2}$, $t\in[0,10]$.

A l'instant $t=0$, le mobile est placé à l'origine de l'axe avec une vitesse nulle.

1. Déterminer l'expression de sa vitesse instantanée $v(t)$.

2. Déterminer sa vitesse et sa position pour $t=10$.

15 Soit f la fonction définie sur $[-2,2]$ par $f(x)=\sqrt{4-x^2}$.

1. a. Montrer que f admet au moins une primitive sur $[-2,2]$.

b. Soit F la primitive de f sur $[-2,2]$ qui s'annule en 0. Etudier la parité de F.

2. Soit G la fonction définie sur $[0,\pi]$, par $G(x)=F(2\cos x)$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a. Montrer que le point $I\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ est un centre de symétrie de C.

b. Calculer $G'(x)$. En déduire que pour tout x de $[0,\pi]$, $G(x)=\pi-2x+\sin(2x)$.

c. Calculer alors $F(1)$, $F(2)$ et $F(\sqrt{2})$.

16 Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x)=x+\sqrt{x^2+1}$.

1. Exprimer $\sqrt{x^2+1}$ à l'aide de $u(x)$ et $u'(x)$.

2. Déterminer des primitives pour chacune des fonctions ci-dessous.

$f: x\mapsto \frac{1}{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\sqrt{x^2+1}}$.

$g: x\mapsto \frac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)^2}{\sqrt{x^2+1}}$.

17 Soit les fonctions $f: x\mapsto x\cos x$ et $g: x\mapsto x\sin x$.

1. En calculant $f'(x)+g(x)$, trouver une primitive G de g sur $\mathbb{R}$.

2. En procédant de même, déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

18 Pour tout entier naturel n supérieur à 2, on considère la fonction P_n définie sur $\mathbb{R}$ par $P_n(x)=1+2x+3x^2+...+nx^{n-1}$.

1. Déterminer la primitive F_n de P_n sur $\mathbb{R}$ égale à 1 en 0.

2. Déduire une autre expression de $P_n(x)$.

19 1. Soit g la fonction définie sur $[0,\pi]$ par $g(x)=x\sin x+\cos x-1$.

a. Etudier les variations de g sur $[0,\pi]$.

b. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution α appartenant à $]\frac{2\pi}{3},\pi[$.

Préciser le signe de $g(x)$.

2 Soit f la fonction définie par

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos x}{x} & \text{si } x\in]0,\pi],\\ 0 & \text{si } x=0.\end{cases}$$

a. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

b. Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn